

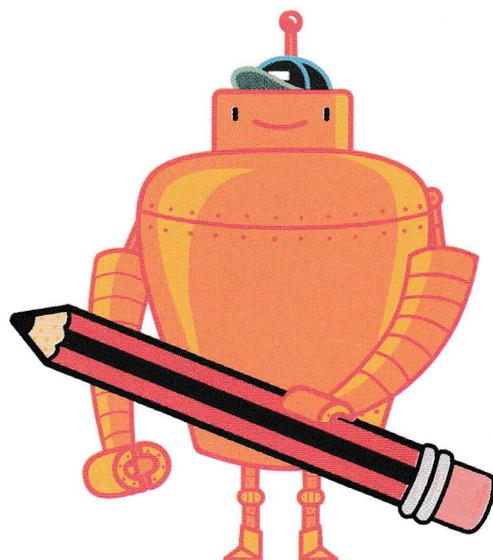
EDUCAȚIA STEM

SCIENCE TECHNOLOGY ENGINEERING MATHS

DESCOPERĂ MATEMATICA

**NUMERE, CALCULE,
RAȚIONAMENTE**

Colin Stuart



CUPRINS

Bun venit în universul STEM!6

Adunarea și scăderea 8

Experimentează! Sume pe calculator



Înmulțirea și împărțirea 10



Numere pozitive și negative 12

Experimentează! Comoara piraților



Numere prime și puteri 14

Experimentează! Numerele prime până la 50



Divizori și multipli 16

Experimentează! Construiește un ornament din divizori!



Serii 18

Experimentează! Serii muzicale



Farmecul fracțiilor20

Experimentează! Labirint cu fracții



Fracții zecimale22

Experimentează! Joc de cărți cu zecimale



Procente perfecte 24

Experimentează! Numără și grupează!



Măsurători și rotunjiri26

Experimentează! Măsurătorul-șef

Experimentează! Jocul rotunjirilor



Bani și dobânzi28

Experimentează! Jocul monedelor

Experimentează! Economisește și vei avea bani!



În cerc30

Experimentează! Cum găsești centrul unui cerc



Perimetrul, arie, volum32

Experimentează! Cum calculezi aria și volumul



Unghiuri34

Experimentează! Construiește un clinometru!



Triunghiuri36

Experimentează! Vânătoarea de triunghiuri



Teorema lui Pitagora și trigonometria38

Experimentează! Pitagora în practică



Figuri 2D40

Experimentează! Unghiuri uimitoare





.RO



xy



Mozaicuri42

Experimentează! Descoperă mozaicuri semiregulate!



Figuri 3D44

Experimentează! Creează o iluzie optică!



Edificii 3D.....46

Experimentează! Construiește o piramidă!
Experimentează! Construiește un cub!



Transformări48

Experimentează! Tangram



Proporții50

Experimentează! O prăjitură... proporționată



Coordonate52



Grafice și diagrame.....54

Experimentează! Cercul animalelor de casă



Teoria mulțimilor.....56

Experimentează! Animale amfibii



Medii.....58



Date diverse60



Probabilități.....62

Experimentează! Dă cu zarul!



Numere raționale și iraționale64

Experimentează! Dovada existenței lui pi



Limbajul matematicii66

xy

Funcții.....68

Experimentează! Problema feței de pernă

xy

Algebră și formule70

Experimentează! Detectorul de unghiuri drepte

xy

Baze de numerație.....72

Experimentează! Sistemul binar



Raționamente74



Glosar76

Indice79

ADUNAREA ȘI SCĂDEREA

Zi de zi, folosim constant adunarea și scăderea pentru a calcula cantități. Hai să cercetăm mai îndeaproape aceste socoteli simple, dar fundamentale.

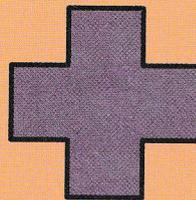


noțiuni ESENȚIALE

ADĂUGĂM SAU LUĂM

Adunarea este aflarea totalului atunci când pui laolaltă două sau mai multe cantități. Dacă ai 3 banane și 2 mere, înseamnă că ai în total 5 fructe (adică $3 + 2$). În acest caz, 2 și 3 sunt termenii, iar 5 este suma.

Scăderea este aflarea a ceea ce-ți rămâne dintr-o cantitate după ce ai dat la o parte ceva. Dacă din 4 mere mănânci 1, îți rămân 3 (adică $4 - 1$). În acest caz, 4 este descăzutul, 1 este scăzătorul, iar 3 este restul.



plus



minus

DESPRE CE E VORBA?

SIMBOLURI

Oamenii adună și scad de mii de ani, dar modul de a scrie simbolurile „plus” și „minus” s-a schimbat în timp. Acum peste 2 000 de ani, vechii egipteni aveau propriile simboluri (vezi mai jos). Semnele + și - au apărut prima oară într-o carte publicată în Europa în 1518.

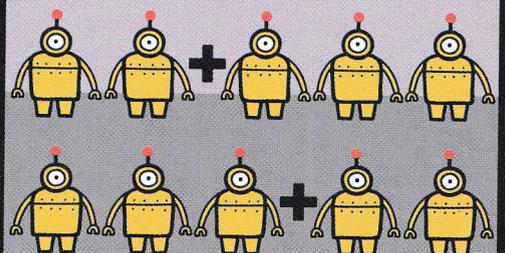


simbolurile vechi egiptene pentru plus și minus

ȘTIAI CĂ?

ÎN ORICE ORDINE

Nu contează în ce ordine aduni numerele: $2 + 3$ și $3 + 2$ fac oricum 5.

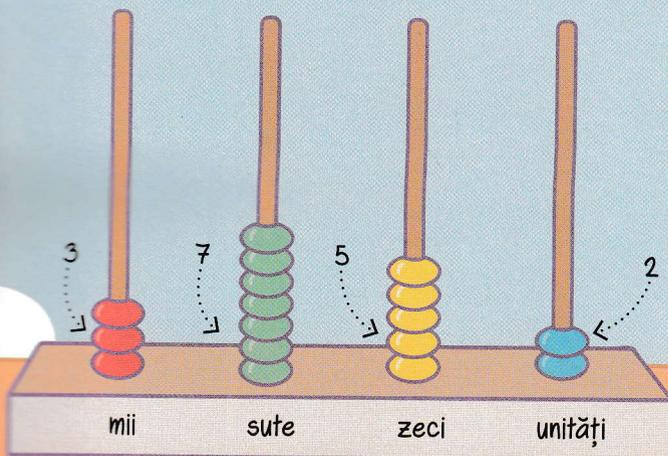


noțiuni ESENȚIALE

Respect pentru oameni și cărți

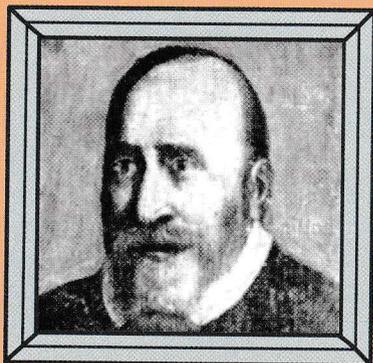
ORDINELE DE MĂRIME

Valoarea unei cifre depinde de poziția ei într-un număr. Fiecare poziție – sau ordin – are o valoare de zece ori mai mare decât cea din dreapta ei. Dacă vrem să numărăm mai sus de 9, începem o nouă coloană, a zecilor, în stânga. Dacă numărăm mai sus de 99, începem altă coloană, a sutelor, și mai la stânga ș.a.m.d.



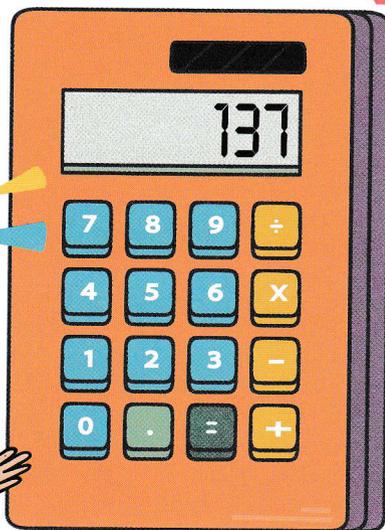
CINE A FOST RECORDE?

Robert Recorde (1512–1558) a fost un matematician galez care a inventat semnul =.



EXPERIMENTEAZĂ!

SUME PE CALCULATOR



Ai observat vreodată că pe ecranul calculatorului de buzunar unele numere formează un cuvânt dacă le citești întorcându-le cu capul în jos?

Calculează sumele pe un calculator digital, apoi întoarce-l și citește cuvintele formate.

$$57 + 18 + 30 = ?$$

$$684 + 315 + 709 = ?$$

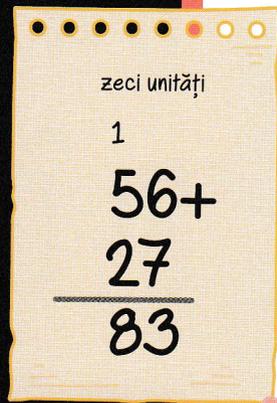
$$27\ 432 + 4\ 273 = ?$$

$$1\ 526 + 1\ 463 + 729 = ?$$

DESPRE CE E VORBA?

+ ADUNAREA +

Poți aduna numere de două sau mai multe cifre scriindu-le unul sub altul. Însușează mai întâi unitățile. Dacă rezultatul e 10 sau mai mult, scrie doar ultima cifră și ține-o minte pe prima: o vei aduna în coloana zecilor. Scrie acum integral rezultatul adunării zecilor.



- ȘI SCĂDEREA

Pentru a scădea numere unul sub altul, scrie întâi descăzutul. Începe cu coloana unităților și scade cifra de jos din cea de sus. Dacă cea de sus e mai mică, trebuie să „împrumuți” 10 din coloana zecilor, așa cum vezi în ilustrație, adică vei micșora cu 1 cifra zecilor de la descăzut.



ÎNMULȚIREA ȘI ÎMPĂRȚIREA

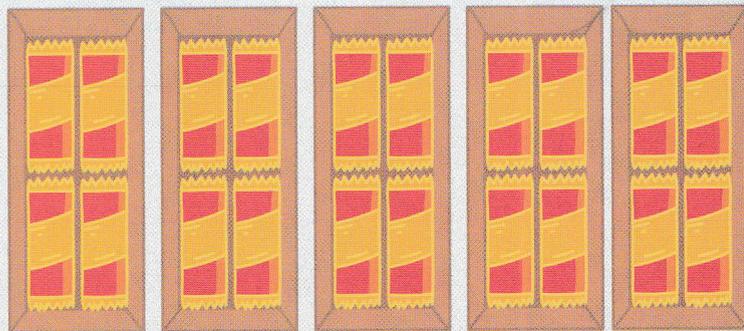
Acum, că știi să aduni și să scazi, hai să examinăm înmulțirea și împărțirea! Înmulțirea este o adunare repetată. Împărțirea este divizarea în părți egale.



noțiuni ESENȚIALE

ÎNMULȚIREA

Înmulțirea e, de fapt, doar un mod rapid de a aduna mai mulți termeni egali. Dacă ai 5 cutii cu câte 4 tablete de ciocolată fiecare, poți calcula numărul total al tabletelor însumând $4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$. Dar e mai rapid să scrii $5 \times 4 = 20$. În acest caz, 5 și 4 sunt factorii, iar 20 este produsul.



$$5 \times 4 = 20$$

DESPRE CE E VORBA?

ÎNMULȚIREA CU „X”

Simbolul înmulțirii, „x”, nu e folosit chiar totdeauna. Câteodată în locul lui vei vedea „•”. Deci $2 \cdot 3 = 6$ și, după cum vei vedea mai târziu, în ecuații sau algebră (vezi p. 70), „x” e eliminat cu totul, ca să nu-l confundăm cu litera x. În loc de „ $2 \times x$ ”, scriem doar „ $2x$ ”.

noțiuni ESENȚIALE

ÎMPĂRȚIREA

Împărțirea ne spune din câte părți este format un întreg. Dacă ai 10 tablete de ciocolată și vrei să le distribuie în mod egal la 5 oameni, atunci împarți 10 la 5 ca să afli câte tablete primește fiecare: $10 : 5 = 2$. În acest caz, 10 este deîmpărțitul, 5 este împărțitorul, iar 2 este câtul.



$$10 : 5 = 2$$

ÎNMULȚIREA ȘI ÎMPĂRȚIREA UNUL SUB ALTUL

Ca să înmulțești numere de două sau mai multe cifre, scrie-le unul sub altul. Să zicem că vrei să înmulțești 178 cu 5. Înmulțește mai întâi unitățile: $5 \times 8 = 40$. Scrie 0 sub coloana unităților și ține minte 4, pe care-l vei adăuga la coloana zecilor. Înmulțește apoi $5 \times 7 = 35$. Adună rezultatul cu 4 ținut minte și vei obține 39. Scrie 9 sub coloana zecilor și ține minte 3 pentru coloana sutelor. Acum înmulțește $5 \times 1 = 5$. Adună 3 ținut minte și vei obține 8. Scrie rezultatul sub coloana sutelor. Deci $178 \times 5 = 890$.

$$\begin{array}{r} 3 \ 4 \\ 178 \times \\ \underline{\quad 5} \\ 890 \end{array}$$

Ca să împarți 578 la 3, scrie astfel:

$$578 : 3 =$$

3 în 5 intră o dată, deci scrie 1 prima cifră a câtului, după „=”, și scrie 3 (adică 3×1) dedesubtul lui 5. Scade 3 din 5 și-ți rămâne 2. Coboară acum alături de 2 următoarea cifră a deîmpărțitului, 7, și vei obține 27. 3 în 27 intră de 9 ori, deci scrie 9 după 1, la cât, și scrie 27 (3×9) sub 27. Scade 27 din 27 și-ți rămâne 0 (scris = =). Coboară alături ultima cifră a deîmpărțitului, 8. 3 în 8 intră de 2 ori, deci scrie 2 după 9, la cât, și scrie 6 (3×2) sub 8. Scade 6 din 8 și-ți rămâne 2. Acesta este restul împărțirii.

$$\text{Deci } 578 : 3 = 192 \text{ rest } 2.$$

$$578 : 3 = 192 \text{ rest } 2$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 27 \\ \underline{27} \\ ==8 \\ \quad 6 \\ \quad \underline{6} \\ \quad \quad 2 \end{array}$$

COLȚUL PROVOCĂRIILOR

ÎNMULȚIREA PALINDROMICĂ

Palindromul este un cuvânt care se citește la fel de la stânga la dreapta și de la dreapta la stânga – de exemplu, *tot*, *capac*, *rever*, *etajate*. Există chiar și propoziții palindromice: *Ele fac cafele*.

Numerele pot fi și ele palindromice. Unele dintre înmulțirile de alături au ca produs un palindrom. Care anume?

- $143 \times 7 = ?$
- $22 \times 12 = ?$
- $99 \times 21 = ?$
- $407 \times 3 = ?$
- $33 \times 11 = ?$
- $19 \times 5 = ?$

NUMERE POZITIVE ȘI NEGATIVE

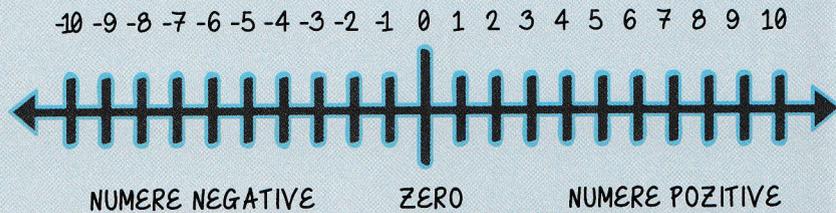


Toate numerele peste zero sunt pozitive.
Pentru fiecare număr pozitiv, pe o axă a numerelor,
există un număr negativ de cealaltă parte a lui zero,
la exact aceeași distanță.

noțiuni ESENȚIALE

AXA NUMERELOR

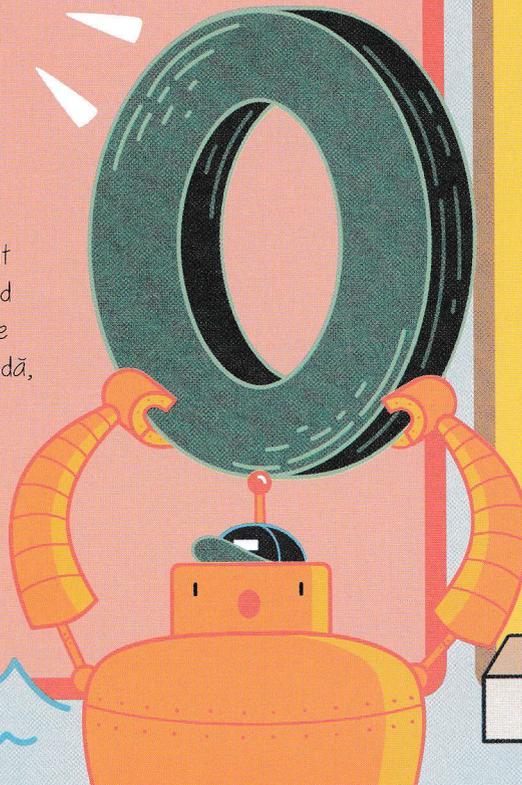
Axa numerelor este o modalitate utilă
de a pune numerele în ordine. Începem din
stânga cu numerele negative, trecem prin zero
și ajungem, în dreapta, la numerele pozitive.



DESPRE CE E VORBA?

ZERO

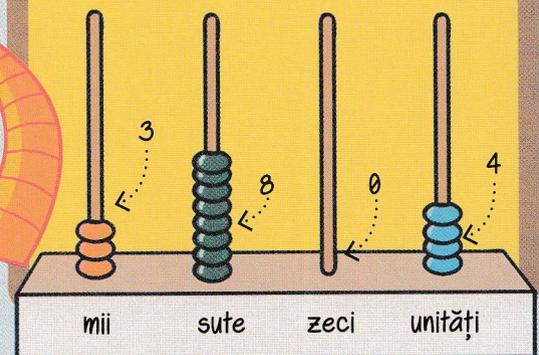
Ideea de zero n-a existat
dintotdeauna. Numerele au apărut
când oamenii din vechime, făcând
negoț, au avut nevoie să numere
obiecte – dacă schimbau, de pildă,
un animal pe trei saci cu grâne.
Pe atunci nu le trebuia însă
un simbol pentru zero.
N-are niciun sens să te
gândești că schimbi
zero butoaie pe zero
baloturi de fân.



ȘTIAI CĂ?

ZERO ȚINE LOCUL

Acum peste 4 000 de ani, oamenii
au început să folosească zeroul.
Inițial, el deosebea numerele –
făcea, bunăoară, diferența dintre
74, 704 și 740. Zero ține locul
unei cifre când nicio altă cifră nu
e necesară în poziția respectivă.



COMOARA PIRAȚILOR

Ești un căpitan de pirați care vrea să-și îngroape comoara. La un moment dat, zărești o insulă pustie. Dar e oare un adăpost sigur?

AI NEVOIE DE:

- Un zar
- Pix
- Un nasture pe post de pion
- Hârtie



ȘTIAI CĂ?

ÎN LUMEA REALĂ

Inginerii și alți specialiști iau în calcul înălțimea dealurilor și adâncimea lacurilor și a altor forme de relief înainte de a instala **antene telefonice** sau de a construi **baraje, rezervoare** sau **turbine eoliene**.

E BINE DE ȘTIUT:

- „Nivelul mării” este sintagma cu ajutorul căreia descriem, prin comparație, înălțimea unui obiect.
- Când pui piciorul pe țărâm, ești la 0 metri peste nivelul mării.
- Dacă intri în mare sau în ocean, tălpile tale sunt sub nivelul mării, iar când ajungi la apă de 1 metru adâncime, te afli la 1 metru sub nivelul mării.
- Dacă ieși pe uscat, tălpile tale sunt deasupra nivelului mării, iar când ajungi la o înălțime a țărâmului de 1 metru, te afli la 1 metru deasupra nivelului mării.

INSTRUCȚIUNI:

VALORI POZITIVE – deasupra nivelului mării

PE USCAT: Ca să fie în siguranță, comoara trebuie îngropată la cel puțin 100 de metri adâncime. Dar, dacă sapi sub nivelul mării, riști s-o pătrundă apa.

Trimite cinci iscoade să măsoare înălțimea a cinci dealuri din apropiere. Dă cu zarul de trei ori pentru fiecare deal. Fiecare punct de pe zar înseamnă + 10 metri.

(Ca să calculezi mai ușor, de fiecare dată când dai cu zarul, mută corespunzător pionul pe axa numerelor. Notează-ți rezultatele pentru cele cinci dealuri.)

Dacă aduni numerele obținute pentru fiecare deal, îți iese vreunul mai înalt de + 100 de metri?

Nu? Atunci, dacă încerci să-ți îngroapi comoara aici, s-ar putea să te trezești cu ea îmbibată de apă.

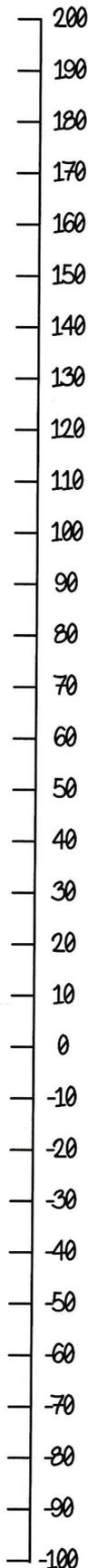
Da? Atunci alege în care deal vrei să-ți îngroapi comoara.

VALORI NEGATIVE – sub nivelul mării

ÎN APĂ: Trimite cinci iscoade să vadă cât de adânci sunt cinci golfuri din jurul insulei. Dă cu zarul de două ori pentru fiecare golf. Fiecare punct de pe zar înseamnă 5 metri, iar corabia ta are nevoie de minimum 30 de metri adâncime a apei ca să nu se împotmolească. Câte golfuri sunt potrivite pentru ancorare?

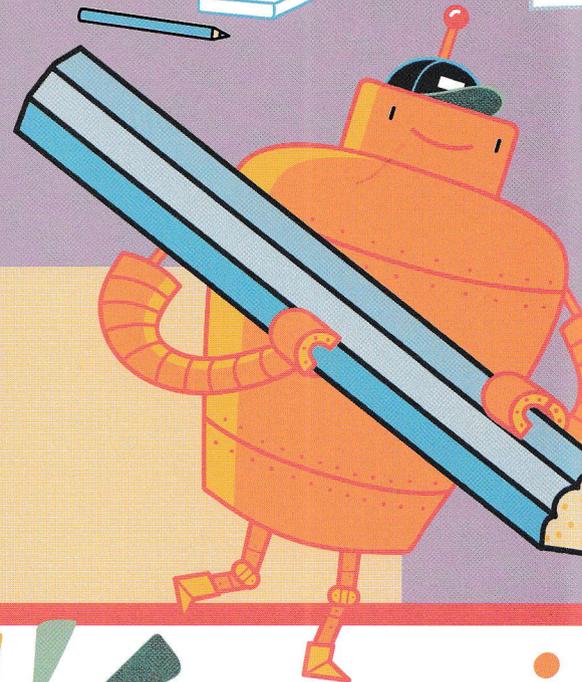
(Folosește axa numerelor ca să calculezi mai ușor.)

Ai reușit să-ți îngroapi comoara și să ancorezi? Joacă din nou și vezi dacă obții alt rezultat.



NUMERE PRIME ȘI PUTERI

Un număr prim se poate împărți fără rest numai la 1 și la el însuși. Matematicienii sunt fascinați de numerele prime și încearcă tot timpul să găsească unele noi!



noțiuni ESENȚIALE

ÎMPĂRȚIREA LA EL ÎNSUȘI

Numărul 1 nu este prim, pentru că nu se poate împărți decât la el însuși. Deci primul număr prim este 2. Este și singurul număr prim par, căci toate celelalte **numere pare** se împart la 2.

EXPERIMENTEAZĂ!

NUMEREELE PRIME PÂNĂ LA 50

Iată o metodă foarte veche, numită „ciurul lui Eratostene”, de a descoperi numerele prime până la 50.

AI NEVOIE DE:

- ✓ Riglă
- ✓ Creion
- ✓ Creioane colorate
- ✓ Hârtie

- 1 Cu rigla și creionul, desenează un tabel de 10 x 5, ca pe pagina alăturată.
- 2 Scrie în el numerele de la 1 la 50.
- 3 Numărul 1 nu e prim: colorează căsuța cu roșu.
- 4 Începând de la 2 (care e prim), colorează cu albastru fiecare a doua căsuță (4, 6, 8 etc.). Numerele acestea sunt toate multipli (vezi p. 16) de 2, deci nu pot fi prime.

- 5 Numărul 3 e prim, dar niciun multiplu de 3 nu e prim. Colorează deci cu verde fiecare a treia căsuță după 3 (6, 9 etc.). (Unele sunt deja colorate.)
- 6 Aplică aceeași metodă pentru 5: colorează cu galben fiecare a cincea căsuță (necolorată) după el.
- 7 Colorează fiecare a șaptea căsuță după 7 cu maro.
- 8 Încercuiește numerele rămase necolorate. Acestea sunt numerele prime până la 50. Trebuie să fie 15 în total.

CINE A FOST ERATOSTENE?

Eratostene (cca 276 î.Hr.–cca 194 î.Hr.) a fost un matematician din Grecia antică. Pe lângă faptul că a găsit o metodă de a identifica numerele prime, a calculat primul distanța din jurul Pământului (circumferința lui – vezi p. 30).



ȘTIAI CĂ?

NUMERELE LUI MERSENNE

Un preot francez pe nume Marin Mersenne (1588–1648) și-a dat seama că multe numere prime au forma $2^n - 1$ (unde n este număr întreg). Când $n = 74\,207\,281$, obținem unul dintre cele mai mari numere prime cunoscute de matematicieni!

$$2^{74\,207\,281} - 1 = ?$$

noțiuni ESENȚIALE

PUTERILE

Puterile sunt o scurtătură matematică – un mod de a evita să scrii o mulțime de numere. Să zicem că vrei să efectuezi $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$. Poți scrie, în loc de asta, 2^5 (2 la puterea 5). În acest caz, 2 este baza, iar 5 este puterea sau exponentul.

Alt exemplu:

$$\begin{aligned} &= 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = \\ &= 9^5 \\ &\text{sau } 9 \text{ la puterea } 5 \end{aligned}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

RĂSPUNSURILE SUNT LA SFÂRȘITUL CĂRȚII.